

Dodatkowo do analizy wykorzystałam wyniki badań zmęczeniowych 15 materiałów konstrukcyjnych zaczerpniętych z literatury. Są to materiały z różnych grup materiałowych, charakteryzujące się odmiennymi właściwościami mechanicznymi. Do analizy wybrałam: stopy aluminium, stale, mosiądz oraz żeliwa. Zakres badań zmęczeniowych wszystkich materiałów obejmował: zginanie $\tau_a = 0$, skręcanie $\sigma_a = 0$ oraz różne proporcjonalne kombinacje zginania ze skręcaniem. Współczynniki równania regresji dla poszczególnych wariantów obciążenia zestawiałam w tabeli 1.

Tab.1. Współczynniki równań regresji analizowanych materiałów

	Materiał	Zginanie		Skręcanie	
		A_a	m_a	A_τ	m_τ
Mosiądz	CuZn40Pb2*	19,99	-5,86	45,31	-17,17
Stopy aluminium	2017A_T4(PA6)	21,8	-7,03	19,94	-6,87
	D-30	30,54	-10,75	25,38	-9,17
	6082_T6(PA4)*	23,8	-8,0	21,4	-7,7
	AlZn6Mg0.8_3.1*	34,8	-13,14	27,7	-11,15
	AlZn6Mg0.8_4.2*	39,5	-15,3	26,3	10,4
	AlZn6Mg0.8_P1*	24,6	-8,6	23,5	-9,1
Stale	S355JOWP	35,97	-11,9	25,28	-8,2
	982FA	36,6	-12,1	49,5	-18,6
	SUS304**	19,8	7,04	22,5	-8,7
	30CrNiMo8	27,54	-8,2	69,56	-24,62
	SM45C	31,1	-10,3	49,4	-18,5
	S355J2	24,8	-7,5	32,5	-11,4
Żeliwa	GTS45 **	53	-19,4	35,3	-12,8
	GGG40**	32,39	-10,95	35,48	-12,41

* autor lub współautor badań, ** wyniki dla rozciągania-ściskania

Zmodyfikowane kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń normalnych i stycznych

Wielu autorów opracowało kryterium naprężeniowe w postaci liniowej kombinacji składowej normalnej i stycznej. Kryteria te można przedstawić przy pomocy ogólnego wzoru wprowadzonego przez Machę. Dla różnych materiałów i rodzajów obciążenia inne z zaproponowanych szczególnych postaci kryterium okazywało się bardziej efektywne, co oznacza, że ogólna postać kryterium ma właściwą postać. W omawianej przeze mnie zależności pojawiają się parametry B i K , które występują odpowiednio przy naprężeniach stycznych oraz naprężeniach normalnych. Należało więc zaproponować takie zależności na współczynniki B oraz K , które pozwolą uzyskać optymalne wyniki bez względu na rodzaj materiału i obciążen.

Przebiegi składowych tensora stanu naprężenia:

$$\sigma_{xx}(t) = \sigma_a \sin(\omega t), \quad (1)$$

$$\tau_{xy}(t) = \tau_a \sin(\omega t - \varphi). \quad (2)$$

gdzie:

σ_a – amplituda naprężenia normalnego pochodzącego od zginania, τ_a – amplituda naprężenia stycznego pochodzącego od skręcania, ω – częstość kątowna, φ – kąt przesunięcia fazowego, t – czas.

Przebieg naprężenia normalnego zwróconego pod kątem α w stosunku do σ_{xx} wyrażony jest wzorem

$$\sigma_{\eta}(t) = \sigma_{xx} \cos^2 \alpha + \tau_{xy}(t) \sin 2\alpha. \quad (3)$$

Natomiast przebieg naprężenia stycznego zapisano jako:

$$\tau_{\eta s}(t) = -\frac{1}{2} \sigma_{xx}(t) \sin 2\alpha + \tau_{xy}(t) \cos 2\alpha. \quad (4)$$

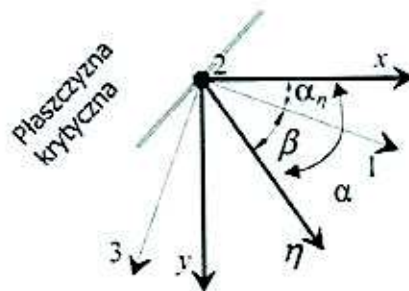
$$\alpha = \alpha_n + \beta, \quad (5)$$

gdzie: α_n – maksymalny kąt określony przez naprężenia normalne, β – kąt zaproponowany przez Carpintierego, który jest określony w stosunku do kierunku wyznaczonego przez maksimum w kierunku normalnym, zgodnie z rys. 5

$$\beta = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{B_2} \right)^2 \right] 45^\circ \quad (6)$$

gdzie B_2 to stosunek granic zmęczenia wyrażony za pomocą wzoru

$$B_2 = \frac{\sigma_{af}}{\tau_{af}}. \quad (7)$$



Rys. 5. Graficzna interpretacja kąta β

W pracy [4] zaprezentowałam różne wyrażenia na kąt β , które opierały się na stosunku granic zmęczenia. W niniejszym opracowaniu wyrażenie (7) przyjmuje postać stosunku naprężeń normalnych do stycznych obliczonych dla przyjętej liczby cykli, zgodnie z

$$B_2 = \frac{\sigma_a}{\tau_a} (N_f). \quad (8)$$

Do dalszych obliczeń wykorzystałam kryterium maksymalnych naprężeń normalnych i stycznych w płaszczyźnie złomu w postaci

$$\sigma_{eq,a} = B\tau_{\eta s,a} + K\sigma_{\eta,a}, \quad (9)$$

gdzie: $\sigma_{\eta,a}$ $\tau_{\eta s,a}$ to odpowiednio amplitudy naprężenia normalnego i stycznego w wybranej płaszczyźnie.

Większość prezentowanych w literaturze propozycji hipotez zmęczeniowych jest adresowana dla obciążeń losowych. Jednakże każda hipoteza przygotowana dla obciążeń wieloosiowych powinna poprawnie opisywać również stany jednoosiowe, tj. zginanie czy skręcanie (obciążenia cykliczne), na podstawie których wyznaczono parametry B i K .

Przeprowadziłam rozważania dla zginania: $\alpha_\eta=0$, więc $\alpha=\beta$, dlatego wyrażenia (4) oraz (5) przyjmują postać:

$$\sigma_{\eta,a} = \sigma_{xx} \cos^2 \beta. \quad (10)$$

$$\tau_{\eta s,a} = -\frac{1}{2} \sigma_{xx} \sin 2\beta. \quad (11)$$

Analogicznie dla skręcania: $\alpha_\eta=45^\circ$, więc $\alpha=45^\circ + \beta$, dlatego wyrażenia (4) oraz (5) przyjmują postać:

$$\sigma_{\eta,a} = \tau_{xy} \sin 2(45^\circ + \beta), \quad (12)$$

$$\tau_{\eta s,a} = \tau_{x,y} \cos 2(45^\circ + \beta). \quad (13)$$

Wstawiając wyrażenia (10), (11) oraz (12), (13) do (9) otrzymujemy układ równań, a po rozwiązaniu wyrażenia na parametr B oraz K :

$$B = \frac{B_2 - \frac{\sin(90^\circ + 2\beta)}{\cos^2 \beta}}{\frac{\sin 2\beta \sin(90^\circ + 2\beta)}{2 \cos^2 \beta} + \cos(90^\circ + 2\beta)}, \quad (14)$$

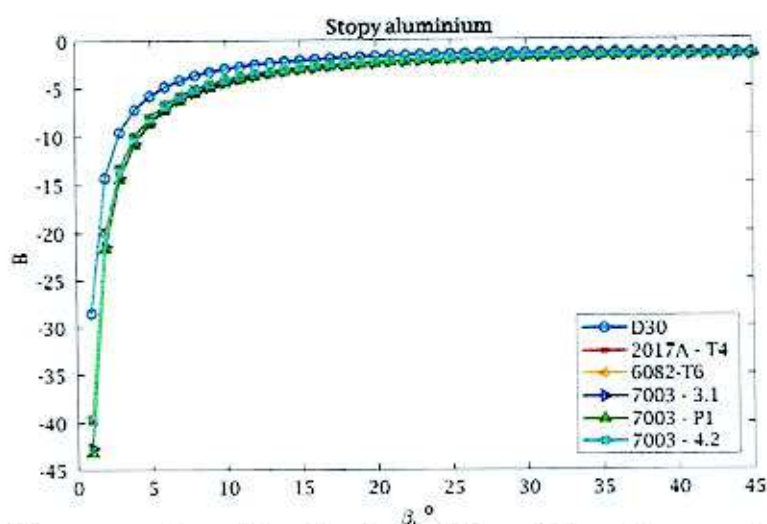
$$K = \frac{2 + B \sin 2\beta}{2 \cos^2 \beta} = 2 - \frac{\sigma_a}{\tau_a}. \quad (15)$$

Zaprezentowane **zmodyfikowane kryterium** wykorzystałam przy kolejnych obliczeniach i analizach [7,8,11] uzyskując zadowalające rezultaty, a zarazem spełniając w sposób satysfakcjonujący zamierzony **cel naukowy**.

Analiza zmienności trwałości zmęczeniowej z uwzględnieniem zmiany kąta orientacji płaszczyzny krytycznej

Przechodząc do realizacji **głównego celu naukowego** należało rozpocząć od szerokiej analizy zmienności trwałości zmęczeniowej z uwzględnieniem zmiany kąta orientacji płaszczyzny krytycznej, która posłużyła potem do opracowania głównego modelu.

Orientację płaszczyzny krytycznej należy przy tym rozumieć jako orientację otoczenia punktu materialnego w przestrzeni, a nie płaszczyznę złomu zmęczeniowego. Kierunek płaszczyzny krytycznej w dużym stopniu może zależeć od rodzaju materiału. Analiza zmienności obliczeniowej trwałości zmęczeniowej w zależności od wartości kąta β została zaprezentowana w pracach [1,6]. Przeprowadziłam badania symulacyjne, w których założyłam, że $\beta \in <0^\circ; 45^\circ>$, przy dyskretyzacji co 1° . Dla każdego z 46 kątów obliczyłam parametry B i K zgodnie z (14) i (15). Na rys. 6 zaprezentowałam zmienność analizowanych parametrów w zależności od wartości kąta β dla analizowanych stopów aluminium. Parametr K jest wartością stałą.



Rys. 6. Zmienność parametru B w zależności od wartości kąta β dla analizowanych stopów aluminium

Korzystając ze standardowego modelu szacowania trwałości zmęczeniowej wykonałam obliczenia z wykorzystaniem zmodyfikowanego kryterium w płaszczyźnic maksymalnych naprężeń normalnych dla każdego kąta β dla wszystkich analizowanych materiałów. Takie obliczenia wykonałam tylko dla kombinacji zginania ze skręcaniem.

Następnie w celu sprawdzenia, który kąt β daje najbardziej zbliżone wyniki do uzyskanych trwałości eksperymentalnych, dokonałam analizy rozrzutów trwałości zmęczeniowej zgodnie z wyrażeniem

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \log^2 \frac{N_{exp}}{N_{cal}}}{n}} \quad (16)$$

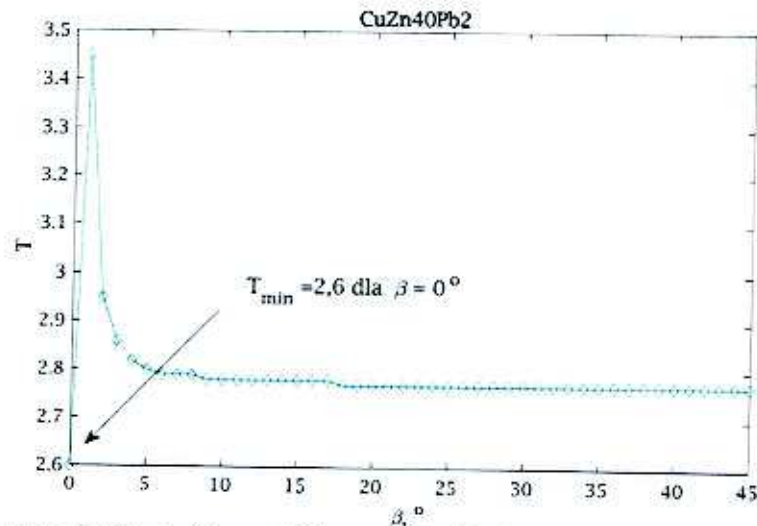
gdzie n jest liczbą próbek pobranych do analizy.

Końcowy parametr służący do oceny kryterium obliczamy z zależności

$$T = 10^E \quad (17)$$

Rozrzuty obliczyłam dla każdego kąta β z przedziału $\langle 0^\circ, 45^\circ \rangle$ dla wszystkich analizowanych materiałów [8].

Na rys. 7 przedstawiłam wartość rozrzutu T w zależności od wartości kąta β dla wybranego materiału - mosiądzu CuZn40Pb2.



Rys. 7. Zależność wartości rozrzutów T od kąta β dla mosiądzu CuZn40Pb2

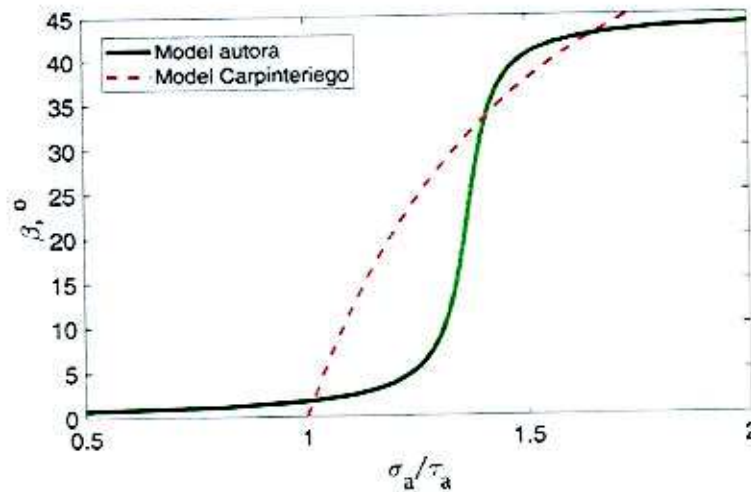
Jednym z celów ww. pracy było zaproponowanie **nowego modelu matematycznego**, który służy do wyznaczenia kąta orientacji płaszczyzny krytycznej. Moje wstępne założenia dotyczyły:

- uwzględnienia wartości stosunku naprężeń normalnych do stycznych w funkcji liczby cykli zamiast stosunku granic zmęczenia;
- uwzględnienie wartości mniejszych od 1 oraz większych niż $\sqrt{3}$;
- wykorzystanie funkcji ctg , która w pierwszych obliczeniach doskonale wpisywała się w analizowaną zależność.

Na podstawie przedstawionej wcześniej analizy zaproponowałam **autorskie wyrażenie** na kąt β , które można zapisać za pomocą zależności:

$$ctg(4\beta) = 22,5^\circ \left[\frac{1+\sqrt{3}}{2} - \frac{\sigma_a}{\tau_a} (N_f) \right] \text{ dla } 0^\circ \leq \beta \leq 45^\circ. \quad (18)$$

Graficzną interpretację wyrażenia (18) przedstawiłam na rys. 8. Wykres zaprezentowany na rys. 8 oprócz mojej propozycji uwzględnia również propozycję Carpinteriego. Prezentowana funkcja jest ciągła i zbliża się asymptotycznie do 0° i 45° .



Rys. 8. Zależność kąta β od wartości stosunku naprężeń normalnych do stycznych (σ_a/τ_a)

Proponowany model szacowania trwałości zmęczeniowej z uwzględnieniem kąta orientacji płaszczyzny krytycznej

W niniejszej części autoreferatu opisałam propozycję nowego modelu służącego do oceny trwałości zmęczeniowej różnych materiałów konstrukcyjnych z uwzględnieniem kąta orientacji płaszczyzny krytycznej. Proponowany model jest dedykowany dla obciążeń cyklicznych i składa się z 4 etapów:

OBLICZENIE NAPRĘŻEŃ

Danymi wejściowymi w prezentowanym modelu są wartości naprężeń. W tym opracowaniu do obliczeń wykorzystałam amplitudy naprężeń normalnych σ_a pochodzących od zginania oraz amplitudy naprężeń stycznych τ_a pochodzących od skręcania. Wartości naprężeń obliczane są odpowiednio ze wzorów:

$$\sigma_p(t) = \frac{M_{za}(t)}{W_x}, \quad (19)$$

$$\tau_p(t) = \frac{M_{ta}(t)}{W_o}, \quad (20)$$

gdzie:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \quad (21)$$

- wskaźnik przekroju próbki na zginanie

$$W_o = \frac{\pi d^3}{16} \quad (22)$$

lub zostały zaczerpnięte z literatury i odpowiednio przeliczone.

WYZNACZENIE KĄTA ORIENTACJI PŁASZCZYZNY KRYTYCZNEJ

W prezentowanym modelu do wyznaczenia kąta orientacji płaszczyzny krytycznej zastosowałam metodę kumulacji uszkodzeń, wykorzystując wyrażenia (3) i (4). W płaszczyźnie definiowanej przez maksymalną wartość składowej normalnej kąt położenia płaszczyzny krytycznej α_{\max} wyznaczany jest w czasie jednego cyklu jako:

$$\alpha_{\max} = \alpha, \text{ dla którego } \sigma_{\eta}(t, \alpha) = \max. \quad (23)$$

Kąt orientacji płaszczyzny krytycznej wyznaczyłam według wyrażenia (5), gdzie za kąt β przyjąłam propozycję wyrażoną wzorem (18).

OBLICZENIE PRZEBIEGU EKWIWALENTNEGO

Redukcja wieloosiowego stanu obciążenia do jednoosiowego ekwiwalentnego to kolejny istotny krok przy szacowaniu trwałości zmęczeniowej. Do obliczeń wykorzystywałam **zmodyfikowane kryterium naprężeniowe** w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń normalnych i stycznych, które zostało przedstawione wcześniej. Jest to nowe kryterium, oparte na założeniach uwzględniających proste stany obciążenia.

OBLICZENIE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Trwałość zmęczeniową obliczyłam, wykorzystując charakterystykę zmęczeniową Wöhlera zgodnie z normą ASTM i wyrażeniem

$$\log N_f = A - m \log \sigma_{\text{aeq}} \quad (24)$$

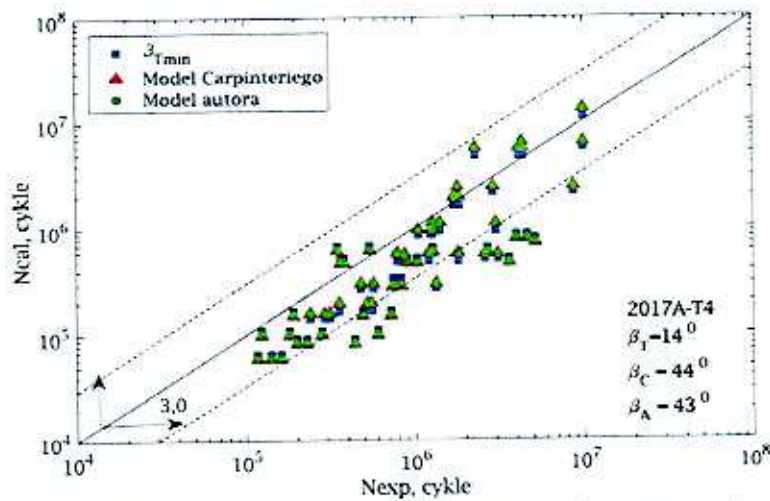
Weryfikacja zaproponowanego modelu

Obliczenia trwałości zmęczeniowej przeprowadziłam w celu weryfikacji zgodności trwałości zmęczeniowej wyznaczonej z wykorzystaniem nowej postaci wyrażenia na wartość ekwiwalentną z trwałością zmęczeniową uzyskaną na drodze eksperymentu. Celem analizy badań eksperymentalnych było sprawdzenie efektywności proponowanego sposobu szacowania trwałości zmęczeniowej w warunkach zastosowanych obciążeń przy zginaniu i skręcaniu.

Wyniki obliczeń zmęczeniowych mogą być przedstawiane w postaci graficznej na wiele sposobów. Zastosowałam wykres przedstawiający porównanie trwałości obliczeniowej z eksperymentalną.

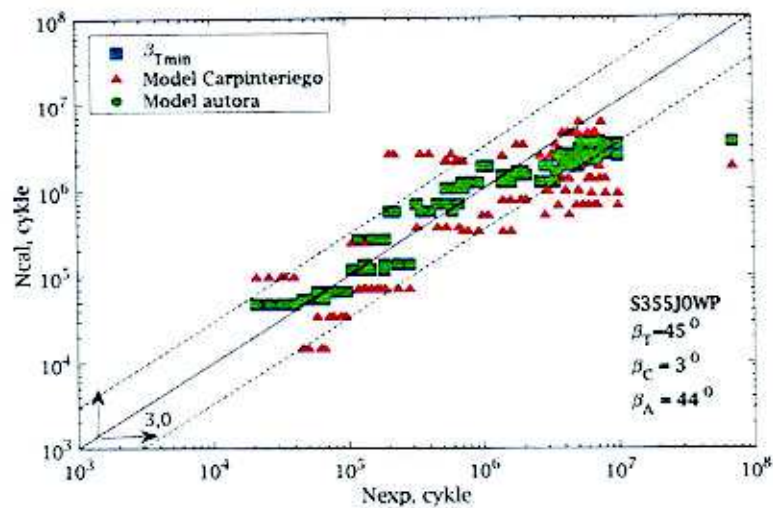
Przed obliczeniem trwałości zmęczeniowej wyznaczyłam orientację położenia płaszczyzny krytycznej według modelu Carpinteriego (na wykresie oznaczenie β_C) oraz według mojego modelu (na wykresie oznaczenie β_A). Na wykresach zaznaczyłam również wyniki uzyskane przy zastosowaniu kąta β otrzymanego z analizy rozrzutów przeprowadzonej we wcześniejszym rozdziale. Jest to wartość kąta β otrzymana dla najmniejszego rozrzutu, oznaczona jako β_T i dotyczy tylko kombinacji zginania ze skręcaniem.

Na rys. 9-11 przedstawiłam porównanie trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla wybranych materiałów. Na każdym wykresie umieszczono również wartości kątów β obliczonych na podstawie dwóch zależności (6 oraz 18) oraz wartość kąta β uzyskaną dla minimalnego rozrzutu T , którą otrzymałam w wyniku przeprowadzonej analizy.

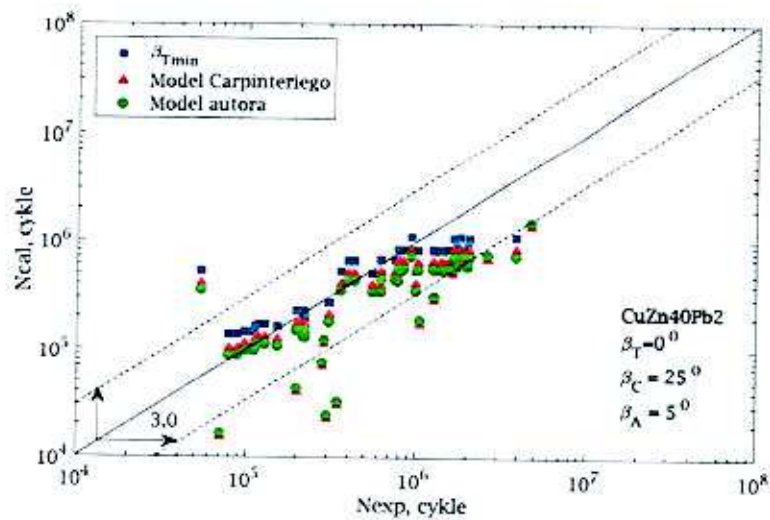


Rys. 9. Porównanie uzyskanych trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla stopu aluminium 2017A-T4 dla cyklicznej kombinacji zginania ze skręcaniem

Z analizy wykresu przedstawionego na rys. 9 zaobserwowałam, że wyniki obliczeniowe trwałości zmęczeniowej wg modelu Carpinteriego oraz proponowanego modelu pokrywają się. Podobną sytuację możemy zaobserwować w przypadku wyników uzyskanych przy zastosowaniu kąta β_T otrzymanego z przeprowadzonej analizy. Uzyskane wyniki są bardzo zbliżone, większość mieści się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3. Jest to uzasadnione bardzo zbliżoną wartością otrzymanej wartości kąta β , zgodnie z modelem Carpinteriego $\beta_C = 44^\circ$, a w przypadku mojego modelu $\beta_A = 43^\circ$.



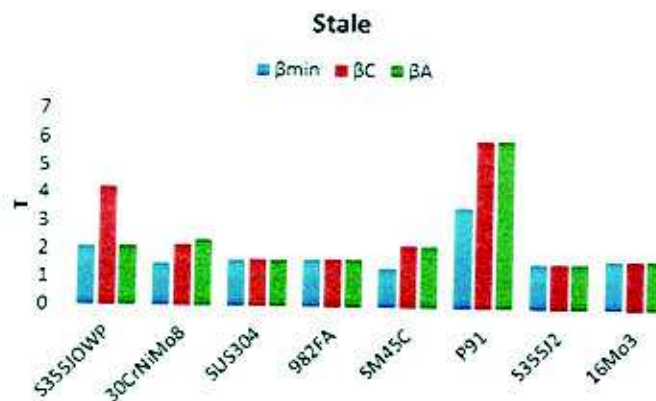
Rys. 10. Porównanie uzyskanych trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla stali S355JOWP dla cyklicznej kombinacji zginania ze skręcaniem



Rys. 11. Porównanie uzyskanych trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi dla mosiądzu CuZn40Pb2 dla cyklicznej kombinacji zginania ze skręcaniem

Z analizy wykresu przedstawionego na rys. 11 można zaobserwować, że oba wykorzystane do obliczeń modele osiągają podobne wyniki i są one zbliżone do trwałości uzyskanych w wyniku analizy najmniejszego rozrzutu.

Oprócz graficznej weryfikacji zaproponowanego modelu zasadne jest również obliczenie rozrzutów trwałości zmęczeniowej dla każdej z analizowanych metod obliczeniowych. Korzystając z wyrażenia na logarytmiczną zależność stosunków trwałości eksperymentalnej i obliczeniowej (16 i 17), obliczyłam rozrzuty dla wszystkich analizowanych materiałów oraz zastosowanych modeli, a wyniki przedstawiałam w formie graficznej na rys. 12 dla wybranej grupy materiałów – stali.



Rys. 12. Wartości rozrzutów dla zastosowanych modeli obliczeniowych w przypadku stali

W celu dokonania porównania obliczyłam również średni rozrzut uzyskanych trwałości obliczeniowych wszystkich analizowanych materiałów dla obu wykorzystanych modeli obliczeniowych, a wyniki zestawiałam w tab. 2.

Tab. 2. Zestawienie średnich wartości rozrzutów dla obu modeli

Model	T_{SR}
Model Carpinteriego	3,23
Model autora	3,08

Wartość średniego rozrzutu trwałości obliczeniowych uzyskanych z wykorzystaniem mojego modelu jest mniejsza od wartości rozrzutu uzyskanego przy wykorzystaniu propozycji Carpinteriego. Oznacza to, że wyniki uzyskane z wykorzystaniem modelu według mojej propozycji są bliższe wynikom eksperymentalnym. Potwierdziłam to również w przypadku obciążeń losowych, gdzie w pracach [5, 11] wykorzystywałam omawiany model szacowania trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążeń losowych, uzyskując zadowalające wyniki.

Analiza uzyskanych wyników

Każdy nowy model lub wzór wymaga weryfikacji, podczas której oczekuje się potwierdzenia przyjętych założeń. W celu weryfikacji modelu zastosowałam analizę rozrzutów szacowanej trwałości zmęczeniowej zarówno w zależności od proponowanego kąta, jak i od wartości stosunku naprężeń normalnych do stycznych. Zaproponowałam dwa warunki, które posłużą do weryfikacji modeli oraz dalszej analizy uzyskanych wyników [9,10].

ANALIZA UZYSKANEGO KĄTA β W ZALEŻNOŚCI OD ROZRZUTÓW

Pierwszy z zaproponowanych przeze mnie warunków dotyczy poszukiwań optymalnej wartości kąta β . Do tego celu wykorzystano wartości rozrzutów uzyskane ze wcześniejszych obliczeń. W niniejszych rozważaniach założyłam, że wartość rozrzutu T mieści się w zakresie od T_{min} do wartości rozrzutu powiększonego o 10% swojej wartości, oznaczonego jako $T_{1,1}$, zgodnie z

$$T \in \langle T_{min}, T_{1,1} \rangle. \quad (25)$$

Otrzymana optymalna wartości kąta β , zgodnie z przedstawioną metodologią, spełnia warunek

$$\beta_{opt} \in \langle \beta_{min}, \beta_{max} \rangle. \quad (26)$$

Na wykresie 13 przedstawiłam analizę dla wybranego materiału - stopu aluminium 2017A-T4.